



A METHOD OF SUPERIMPOSED TRIANGULATIONS FOR CALCULATION OF VELOCITY GRADIENT OF HORIZONTAL MOVEMENTS: APPLICATION TO THE CENTRAL ASIAN GPS NETWORK

A. V. Zubovich¹, Sh. A. Mukhamediev²

¹Central-Asian Institute for Applied Geosciences, 720027, Bishkek, Timur Frunze street, 73/2, Kyrgyzstan

²Institute of Physics of the Earth of RAS, 123995, Moscow, Bol'shaya Gruzinskaya street, 10, Russia

Abstract: A new method is proposed to define piecewise continuous fields of velocity gradients of recent horizontal movements of the Earth's crust from spatially discrete data on horizontal velocities of such movements. The method is designed to identify spatial inhomogeneities in the field of horizontal strain rates (e.g., zones of localized deformation and boundaries between areas with different strain rates) in considerable detail. It is applied to determine the field of horizontal velocity gradient in the region of the Central Asian GPS network which covers vast territories of the Kyrgyz Tien-Shan and Pamirs mountain ranges, the T arim depression, and the Kazakh Shield (Fig. 1). Calculations are based on GPS survey data obtained at 308 sites from 1995 to 2006 (Fig. 4). The resolution of the proposed method is increased by using a triangulation grid which is much denser than a conventional one (Fig. 2 and 3). As a result, point x on the surface under study is covered by several triangles rather than one (Fig. 5). Strain characteristics at point x are calculated by weighted summation of corresponding characteristics in the cover triangles. Thus, for each point we estimate spin tensor $\mathbf{W}$, which defines angular velocity ω , and components of horizontal strain rate tensor $\mathbf{E}$. These components provide for direct calculation of orientation of principal axes and invariants of $\mathbf{E}$, i.e. maximum stretching E_1 , maximum shortening E_2 , velocity divergence $E = E_1 + E_2$, and maximum shear rates $\Gamma = |E_1 - E_2|/2$ (Fig. 6 to 11). The calculated values are presented in maps which demonstrate that spatial distribution of such values is highly inhomogeneous. Regions with increased values of kinematic characteristics mentioned above stand out sharply against the background. At the same time, spatial distribution of the kinematical characteristics in the Tien Shan region is quite regular: zones of increased absolute values of E_2 are mainly oriented in the ENE direction, while the NNW orientation dominates in zones of increased values of E_1 .

Keywords: GPS measurements, recent deformation and rotation of the continental crust.

Recommended by V.A. San'kov 4 April 2010

Zubovich A.V., Mukhamediev Sh.A. A method of superimposed triangulations for calculation of velocity gradient of horizontal movements: application to the Central Asian GPS network // Geodynamics & Tectonophysics. 2010. V. 1. № 2. P. 169–185.

МЕТОД НАЛОЖЕННЫХ ТРИАНГУЛЯЦИЙ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ГРАДИЕНТА СКОРОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ: ПРИЛОЖЕНИЕ К ЦЕНТРАЛЬНО-АЗИАТСКОЙ GPS-СЕТИ

А. В. Зубович¹, Ш. А. Мухамедиев²

¹Центрально-Азиатский институт прикладных исследований Земли, 720027, Бишкек, ул. Тимура Фрунзе, 73/2, Кыргызстан

²Институт физики Земли РАН, 123995, Москва, ул. Большая Грузинская, 10, Россия

Аннотация: Предложен метод определения кусочно-непрерывного поля градиента скорости современных горизонтальных движений земной коры по пространственно дискретным данным о горизонтальных скоростях. Метод отличается повышенной разрешающей способностью при выявлении неоднородностей в поле скорости деформаций, в частности зон локализации скоростей деформаций и границ между участками, обладающими разными скоростями деформации. Метод применен для определения поля градиента горизонтальных скоростей в районе расположения Центрально-Азиатской (ЦА) GPS-сети, покрывающей обширные территории горных цепей Кыргызского Тянь-Шаня и Памира, Таримскую депрессию и Казахский щит (рис. 1). Для анализа были отобраны данные, полученные в период с 1995 г. по 2006 г. на 308 GPS-станциях (рис. 4). Повышение разрешающей способности метода достигается тем, что при вычислениях используется триангуляционная сетка, гораздо более плотная, чем та, которая порождается обычной триангуляцией (рис. 2, 3), поэтому почти каждая точка x исследуемой области становится принадлежащей не одному, а нескольким (покрывающим ее) треугольникам (рис. 5). Характеристики тензора градиента скорости в точке x рассчитываются весовым суммированием соответствующих характеристик покрывающих треугольников. В результате в каждой точке x мы рассчитываем тензор спина W , определяющий угловую скорость вращения ω , а также компоненты горизонтального тензора скоростей деформации E . По этим компонентам непосредственно вычисляется ориентация главных осей тензора E и его инварианты: максимальная скорость удлинения E_1 , максимальная скорость укорочения E_2 , дивергенция $E = E_1 + E_2$ и скорость максимального сдвига $\Gamma = (E_1 - E_2)/2$ (рис. 6–11). Рассчитанные величины, представленные рядом карт, демонстрируют высокую степень неоднородности. Районы с повышенными значениями упомянутых характеристик скоростей деформации и вращений резко выделяются на более спокойном фоне. В то же время в распределении кинематических характеристик на Тянь-Шане прослеживается определенная регулярность: зоны повышенных абсолютных значений E_2 в основном ориентированы в ВСВ направлении, а зоны повышенных значений E_1 – преимущественно в ССЗ направлении.

Ключевые слова: GPS-измерения, современная деформация, вращение континентальной коры.

1. ВВЕДЕНИЕ

Характер деформирования континентальной коры вызывает в настоящее время наибольшие дискуссии в геодинамике (например [Thatcher, 1995]). Согласно воззрениям ряда авторов, литосфера представляет собой ансамбль микроплит (блоков), а ее деформация происходит за счет подвижек по границам блоков (например [Avouac, Tapponnier, 1993; Replumaz, Tapponnier, 2003]). Альтернативное представление основано на том, что деформация литосферы распределена по объему и отвечает реологической модели нелинейно-вязкой жидкости (например [England, McKenzie, 1982; England, Molnar, 1997; Flesch et al., 2001]). Дискуссия развивается в основном на материале азиатских регионов, в той или иной мере затронутых процессом коллизии Индийской и Евразийской плит. Количественно критерий адекватности каждой из точек зрения строго не формализован.

Надежды на то, что использование GPS-данных сможет окончательно разрешить дискуссию о характере деформирования континентальной коры, во всяком случае в той ее части, которая касается современных горизонтальных деформаций [Gordon, Stein, 1992; Thatcher, 1995], не осуществились. Как приверженцы блоковой модели, например [McCaffrey, 2005; Socquet et al., 2006; Thatcher, 2007; Meade, 2007], так и исследователи, придерживающиеся континуальной гипотезы, например [Flesch et al., 2001; Zhang et al., 2004], стали заявлять о подтверждении своих точек зрения данными GPS-измерений.

Считается, что сложность с выбором между отмеченными моделями вызвана тем, что при уменьшении размеров блоков и увеличении числа разломов блоковая модель становится все ближе к кон-

тинуальной [England, Molnar, 2005; Thatcher, 2007]. На наш взгляд, существует дополнительная (если не главная) трудность, связанная с неоднозначностью в выявлении резких границ потенциальных блоков. Действительно, как неявно предполагается в блоковой модели, эти границы представляют собой разрывы в поле скоростей или, по крайней мере, узкие зоны высоких градиентов скоростей. Такие зоны могут быть с некоторой точностью выявлены при использовании очень густых сеток при условии, что замеры скоростей проведены с относительно малыми ошибками. Но такая ситуация, как правило, не реализуется для существующих GPS-сетей, потому что среднее расстояние между пунктами GPS обычно больше, чем ширина зон, разделяющих области с разным характером деформирования. В результате различие в измерениях скоростей в соседних пунктах GPS может быть с одинаковым успехом приписано как скачку скорости, так и гладкой неоднородности поля скоростей.

Попытка выявить блоковую структуру поля современных горизонтальных скоростей непосредственно по данным GPS-измерений была предпринята в работе [Мухамедиев и др., 2006]. В этой работе на основе данных Центрально-Азиатской GPS-сети в поле горизонтальных скоростей были выявлены области, которые с некоторой степенью точности движутся как односвязные жесткие 2D тела (домены), т.е. помимо трансляционных переносов испытывают и вращения; пространства между доменами характеризуются повышенными деформациями. К сожалению, отмеченный результат не может рассматриваться как решающий аргумент в пользу блоковой модели, так как желаемой устойчивости решения достичь не удалось: конфигурация выделяемых доменов, а иногда и их количество претерпевали изменения при варьировании числа GPS-

станций, на основе данных которых проводился анализ. Хотя с математической точки зрения неустойчивость была преодолена частично при использовании статистического подхода к идентификации блоковой структуры [Кузиков, 2007; Кузиков, Мухамедиев, 2007], желательнее выполнить независимое исследование особенностей современных деформаций литосферы Центрально-Азиатского региона.

Возможным способом анализа таких особенностей является непосредственный расчет поля градиента современных горизонтальных скоростей $\nabla \otimes \mathbf{v}$ по набору пространственно дискретных данных о скоростях, полученному на основе GPS-сети. Геометрия GPS-сети в той или иной мере определяет геометрию расчетной сетки, вводимой в исследуемой области. Поле градиента $\nabla \otimes \mathbf{v}$ позволяет судить о скоростях деформации и вращения в каждой точке региона. Метод расчета должен быть устойчивым по отношению к возможным ошибкам в исходных данных, и его разрешающая способность должна быть достаточно высока для надежного выявления линейных неоднородностей поля скоростей. Устойчивость метода к возмущениям может быть увеличена, если использовать весовое усреднение данных.

Например, в работе [Shen et al., 1996] предложен подход, согласно которому чем ближе GPS-станция $\mathbf{x}^{(i)}$ к исследуемой точке $\mathbf{x}$, тем больше вклад скорости $\mathbf{v}^{(i)} = \mathbf{v}(\mathbf{x}^{(i)})$ в градиент скорости $\nabla \otimes \mathbf{v}(\mathbf{x})$, вычисляемый в $\mathbf{x}$. Недостаток метода, предложенного в [Shen et al., 1996], состоит в чрезмерном сглаживании поля скорости деформаций, что может привести к пропуску узких линейных неоднородностей в поле скорости $\mathbf{v}(\mathbf{x})$. Способ инверсии данных о горизонтальных движениях, явно учитывающий линейные неоднородности («разломы») в поле скоростей, был развит в работе [Spakman, Nyst, 2002]. Техника предполагает точное знание местоположения и геометрии неоднородностей. Однако при обработке реальных GPS-данных возможные линейные неоднородности не обязательно совпадают с геологическими разломами, и их местоположение априорно неизвестно.

В настоящей работе мы предлагаем подход, который эффективно увеличивает пространственную плотность сетки и, таким образом, наряду с весовым суммированием данных GPS-измерений, обеспечивает более высокую разрешающую способность по сравнению с традиционными методами. Мы проводим детальное исследование особенностей поля градиента скорости на примере той части Тянь-Шаня, где ЦА GPS-сеть является наиболее плотной (рис. 1) [Abdrakhmatov et al., 1996; Макаров и др., 2005]. Отметим, что в работе мы концентрируем внимание главным образом на новой методологии определения поля градиента скорости, а не на геодинимических приложениях, которые будут детально анализироваться в отдельной работе. Соотношения, выявляющие структуру градиента скорости, и формулы, использующиеся при инверсии линейного поля скоростей, представлены, соответственно, в разделах 2.1 и 2.2. В разделе 2.3 мы рассматриваем триангуляцию исследуемой области

и обсуждаем достоверность линейной аппроксимации поля скоростей, принятой для элементарных треугольников расчетной сетки. Алгоритм представлен в разделе 3. В любой точке компоненты тензора градиента скорости рассчитываются с помощью весового суммирования соответствующих компонент в треугольниках, покрывающих эту точку. Весовым коэффициентом является величина J^{-1} , введенная в разделе 2.3. Обратная этому коэффициенту величина J характеризует отклонение движения треугольника от его движения как твердого тела. Некоторые результаты определения поля градиента скорости представлены в разделе 4.

В работе используется система тензорных обозначений Гиббса, дополненная символом тензорного произведения. Для удобства читателей эта система обозначений и некоторые тензорные соотношения приведены в Приложении.

2. ОСНОВНЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

2.1. Поле скоростей в окрестности движущейся точки

В настоящем разделе приводятся необходимые формулы, описывающие структуру регулярного двумерного (2D) поля скоростей, которое реализуется вблизи материальной точки $\mathbf{x}^*$, принадлежащей исследуемой области Ω ($\mathbf{x}^* \in \Omega$). Подробное математическое описание поля можно найти в учебниках по механике сплошной среды (например [Gurtin, 1981]). Обозначения и смысл вводимых символов приведены в Приложении.

Пусть в окрестности точки $\mathbf{x}^*$, движущейся со скоростью $\mathbf{v}^* = \mathbf{v}(\mathbf{x}^*)$, задано дифференцируемое поле скоростей $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x})$. Раскладывая $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ в ряд по степеням $\mathbf{x} - \mathbf{x}^*$, получаем

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{v}^* + (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \cdot \mathbf{G} + o(|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*|), \quad (1)$$

где

$$\mathbf{G} = \nabla \otimes \mathbf{v}, \quad (2)$$

– градиент скорости, представленный в компонентной форме в Приложении (см. П. 2). Несимметричный тензор второго ранга $\mathbf{G}$ единственным образом представляется в виде суммы симметричной и антисимметричной частей

$$\mathbf{G} = \mathbf{E} + \mathbf{W} \quad (\mathbf{E} = \mathbf{E}^T, \mathbf{W} = -\mathbf{W}^T), \quad (3)$$

где

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}((\nabla \otimes \mathbf{v}) + (\nabla \otimes \mathbf{v})^T) \quad (4)$$

– скорость удлинения (тензор скорости деформации) и

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2}((\nabla \otimes \mathbf{v}) - (\nabla \otimes \mathbf{v})^T) \quad (5)$$

– спин.

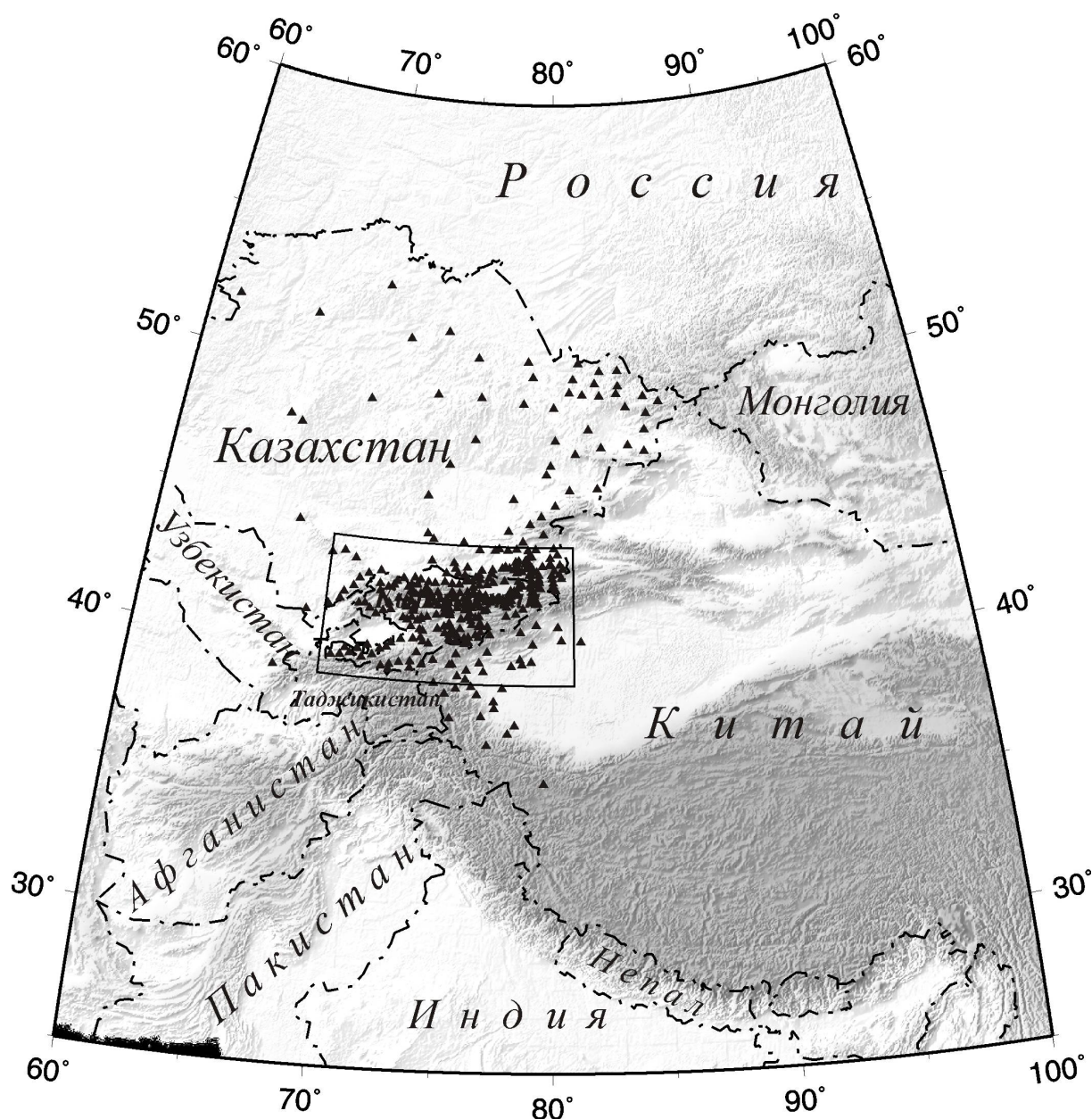


Рис. 1. Центральнo-Азиатская GPS-сеть. GPS-станции отмечены треугольниками, исследуемая область ограничена рамкой.

Fig. 1. Central Asian GPS network. Triangles show GPS sites; the area under study is framed.

Симметрический тензор $\mathbf{E}$ не зависит от системы отсчета. Термин «скорость удлинения» возник из-за того, что $\mathbf{E}$ характеризует скорость изменения длины бесконечно малых материальных линейных сегментов,

$$\frac{d\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} \cdot \mathbf{E} \cdot \frac{d\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|} = \frac{1}{|\mathbf{x}|} \frac{\partial |\mathbf{x}|}{\partial t}, \quad (6)$$

где $\partial/\partial t$ – производная по времени. Благодаря симметрии, 2D тензор $\mathbf{E}$ может быть представлен в виде

$$\mathbf{E} = E_1 \mathbf{e}_1^{str} \otimes \mathbf{e}_1^{str} + E_2 \mathbf{e}_2^{str} \otimes \mathbf{e}_2^{str}, \quad E_1 \geq E_2, \quad (7)$$

где $\mathbf{e}_i^{str}$, $i=1,2$ являются ортами взаимно ортогональных собственных векторов $\mathbf{E}$, вдоль которых реализуются максимальная (E_1) и минимальная (E_2) скорости удлинения. Собственные значения E_1 и E_2 можно выразить как

$$E_1 = \frac{1}{2} E + \Gamma, \quad E_2 = \frac{1}{2} E - \Gamma, \quad (8)$$

где E (первый инвариант тензора $\mathbf{E}$) представляет собой скорость изменения элементарной материальной площади, содержащей точку $\mathbf{x}^*$, а Γ – скорость максимального сдвига в окрестности $\mathbf{x}^*$. В компонентах $E_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_j$, $i=1,2$, инварианты E и Γ

записываются как

$$E = \nabla \cdot \mathbf{v} = E_{11} + E_{22}, \quad (9)$$

$$\Gamma = \sqrt{\frac{1}{4}(E_{11} - E_{22})^2 + E_{12}^2}. \quad (10)$$

Антисимметричный тензор $\mathbf{W}$, представляющий скорость вращения, не инвариантен по отношению к наблюдателям, вращающимся друг относительно друга. Матричное представление его компонент $W_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{e}_j$ имеет вид:

$$[\mathbf{W}] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Аксиальный вектор $\mathbf{w}$, сопутствующий тензору $\mathbf{W}$, вводится соотношением

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{W} = \mathbf{x} \times \mathbf{w}, \quad (\mathbf{w} = \omega \mathbf{e}_3), \quad (12)$$

которое справедливо для произвольного вектора $\mathbf{x}$. Вектор угловой скорости $\mathbf{w}$ ортогонален плоскости деформации, а его модуль равен угловой скорости ω , которая положительна для вращения против часовой стрелки, если смотреть с конца вектора $\mathbf{e}_3$.

2.2. Инверсия линейного поля скоростей

Пусть в некоторой подобласти $\Omega_H \subset \Omega$ реализуется линейное поле скоростей $\mathbf{v}(\mathbf{x})$,

$$\mathbf{v} = \mathbf{x} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{b}, \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega_H, \quad (13)$$

где тензор второго ранга $\mathbf{A}$ и вектор $\mathbf{b}$ являются постоянными. Дифференцируя $\mathbf{v}$ по $\mathbf{x}$, легко видеть, что $\mathbf{A}$ является градиентом скорости ($\mathbf{A} = \mathbf{G}$), который может быть представлен в виде (3). Представления тензоров $\mathbf{E}$ и $\mathbf{W}$, приведенные выше, справедливы для всей подобласти Ω_H .

Рассмотрим горизонтальные скорости $\mathbf{v}^{(i)} = v_1^{(i)} \mathbf{e}_1 + v_2^{(i)} \mathbf{e}_2$, заданные в трех точках $\mathbf{x}^{(i)} = x_1^{(i)} \mathbf{e}_1 + x_2^{(i)} \mathbf{e}_2$, $i=1, 2, 3$, не лежащих на одной прямой, т.е.

$$\mathbf{v}^{(i)} = \mathbf{x}^{(i)} \cdot \mathbf{G} + \mathbf{b}, \quad i=1,2,3, \\ ((\mathbf{x}^{(3)} - \mathbf{x}^{(1)}) \times (\mathbf{x}^{(2)} - \mathbf{x}^{(1)}) \neq 0). \quad (14)$$

Задача заключается в определении $\mathbf{G}$ и $\mathbf{b}$ из системы уравнений (14). Для ее решения введем обозначения:

$$\mathbf{y}^{(1)} = \mathbf{x}^{(2)} - \mathbf{x}^{(3)}, \quad \mathbf{y}^{(2)} = \mathbf{x}^{(3)} - \mathbf{x}^{(1)}, \\ \mathbf{y}^{(3)} = \mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(2)} \quad (15)$$

и пронумеруем точки $\mathbf{x}^{(i)}$ так, чтобы векторы $\mathbf{y}^{(1)}$, $\mathbf{y}^{(2)}$, $\mathbf{e}_3$ образовывали правый (вообще говоря, косоугольный) базис. Исключая $\mathbf{b}$ из системы (14), получаем

$$\mathbf{v}^{(2)} - \mathbf{v}^{(3)} = \mathbf{y}^{(1)} \cdot \mathbf{G}, \quad \mathbf{v}^{(3)} - \mathbf{v}^{(1)} = \mathbf{y}^{(2)} \cdot \mathbf{G}. \quad (16)$$

Решение системы (16) единственно и представ-

ляется в виде:

$$\mathbf{G} = \mathbf{y}_{(1)} \otimes (\mathbf{v}^{(2)} - \mathbf{v}^{(3)}) + \mathbf{y}_{(2)} \otimes (\mathbf{v}^{(3)} - \mathbf{v}^{(1)}), \quad (17)$$

где $\mathbf{y}_{(1)}$, $\mathbf{y}_{(2)}$, $\mathbf{e}_3$ – базис, дуальный базису $\mathbf{y}^{(1)}$, $\mathbf{y}^{(2)}$, $\mathbf{e}_3$. Векторы дуального базиса обладают свойством:

$$\mathbf{y}^{(i)} \cdot \mathbf{y}_{(j)} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}. \quad (18)$$

Они однозначно представляются в виде:

$$\mathbf{y}_{(1)} = \frac{1}{Y} \mathbf{y}^{(2)} \times \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{y}_{(2)} = \frac{1}{Y} \mathbf{e}_3 \times \mathbf{y}^{(1)} \\ (Y = \mathbf{e}_3 \cdot (\mathbf{y}^{(1)} \times \mathbf{y}^{(2)})). \quad (19)$$

С учетом этого, решение (17) в исходном базисе предстает как

$$\nabla \otimes \mathbf{v} = \mathbf{G} = -\mathbf{e}_3 \times \frac{1}{Y} \sum_{i=1}^3 \mathbf{y}^{(i)} \otimes \mathbf{v}^{(i)}. \quad (20)$$

В любой системе отсчета 2D тензор $\mathbf{G}$ определяется четырьмя скалярными величинами. Например, главные значения скорости удлинения E_1 и E_2 , наклон φ оси максимальной скорости удлинения E_1 и угловая скорость ω полностью характеризуют тензор $\mathbf{G}$. Величины E_1 , E_2 и φ не зависят от системы отсчета, а угловая скорость ω , вообще говоря, зависит. E , Γ , φ и ω являются примером альтернативного набора величин, определяющих тензор $\mathbf{G}$. Все перечисленные величины легко находятся из (20).

Используя определение (5) и формулу (20), подсчитывая компоненты $W_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{e}_j$, $i=1, 2$, тензора $\mathbf{W}$ и сравнивая их с матричным представлением (11), получаем

$$\omega = \frac{1}{2Y} \sum_{i=1}^3 \mathbf{v}^{(i)} \cdot \mathbf{y}^{(i)}. \quad (21)$$

При выводе выражения (21) были использованы векторное тождество (П. 4) и представление (П. 1) (см. Приложение). Вычисляя след тензора $\mathbf{G}$ в (20) и замечая, что $\mathbf{E} : \mathbf{I} = \mathbf{G} : \mathbf{I}$ (вследствие антисимметричности $\mathbf{W}$), можно записать выражение для дивергенции E поля скоростей:

$$E = \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{1}{Y} \mathbf{e}_3 \cdot \sum_{i=1}^3 (\mathbf{v}^{(i)} \times \mathbf{y}^{(i)}). \quad (22)$$

Матрица компонент $E_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_j$, $i=1, 2$, из (4), (20) принимает вид:

$$[\mathbf{E}] = \frac{1}{2Y} \begin{bmatrix} 2 \sum_{i=1}^3 v_1^{(i)} y_2^{(i)} & \sum_{i=1}^3 v_2^{(i)} y_2^{(i)} - v_1^{(i)} y_1^{(i)} \\ \sum_{i=1}^3 v_2^{(i)} y_2^{(i)} - v_1^{(i)} y_1^{(i)} & -2 \sum_{i=1}^3 v_2^{(i)} y_1^{(i)} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

где $v_k^{(i)}$, $y_k^{(i)}$, $k=1, 2$, – компоненты векторов $\mathbf{v}^{(i)}$, $\mathbf{y}^{(i)}$ в декартовой системе координат x_1, x_2 . После этого из (10) можно вычислить скорость максималь-

ного сдвига Γ , а собственные значения E_1 и E_2 – получить из (8).

Главные оси тензора $\mathbf{E}$ повернуты на угол φ ,

$$\varphi = -\frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2E_{12}}{E_{22} - E_{11}} \right), \quad \left(-\frac{\pi}{4} < \varphi < \frac{\pi}{4} \right), \quad (24)$$

по отношению к осям декартовой системы координат. Этот угол отсчитывается против часовой стрелки от оси x_1 , если $\varphi > 0$, и по часовой стрелке – в противоположном случае. При этом угол φ , рассчитанный по формуле (24), отвечает ориентации максимальной скорости удлинения E_1 , если $E_{22} - E_{11} < 0$, и ориентации минимальной скорости удлинения E_2 , если $E_{22} - E_{11} > 0$. При $E_{22} - E_{11} = 0$ ось E_1 наклонена к оси x_1 под углом $\pi/4$, если $E_{12} > 0$, и под углом $-\pi/4$, если $E_{12} < 0$.

Описанная процедура завершает определение градиента скорости из (14). Постоянный член $\mathbf{b}$ в (13) равен $\mathbf{v}^* - \mathbf{x}^* \cdot \mathbf{G}$, где $\mathbf{v}^*$ – скорость любой точки $\mathbf{x}^*$, принадлежащей рассматриваемой подобласти Ω_H . Поле скорости в Ω_H с учетом (3), (12) и симметричности $\mathbf{E}$ выражается в виде:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \mathbf{v}^* + \mathbf{w} \times (\mathbf{x}^* - \mathbf{x}) + \mathbf{E} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*). \quad (25)$$

Два первых слагаемых в правой части (25) представляют движение подобласти Ω_H как жесткого тела – ее поступательное движение со скоростью $\mathbf{v}^*$ и вращение вокруг точки $\mathbf{x}^*$ с угловой скоростью ω , последнее слагаемое описывает деформацию Ω_H . В последующем интерес будет представлять вращение вокруг геометрического центра $\mathbf{x}^0$ треугольника $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{x}^{(3)}$. В этом случае имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(\mathbf{x}) &= \mathbf{v}^0 + \mathbf{w} \times (\mathbf{x}^0 - \mathbf{x}) + \mathbf{E} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}^0); \\ \mathbf{x}^0 &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \mathbf{x}^{(i)}, \quad \mathbf{v}^0 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \mathbf{v}^{(i)}. \end{aligned} \quad (26)$$

2.3. О линейной аппроксимации поля скоростей в подобласти

При анализе гладкого, неоднородного 2D поля скоростей в области Ω обычная процедура, аналогичная используемой в методе конечных элементов, заключается в разбиении Ω на подобласти, в каждой из которых реализуется линейное поле скоростей. Чем меньше подобласть $\Omega_H \subset \Omega$, тем точнее линейное приближение. Чтобы всюду в Ω выдерживать одинаковую точность аппроксимации, зоны повышенных абсолютных величин компонент градиента скорости должны быть покрыты подобластями с меньшей площадью. Типичными примерами таких зон являются зоны локализации скоростей деформации и области перехода между быстро- и медленно деформируемыми зонами. Если упомянутые зоны представляют собой линейные неоднородности, ширина которых меньше характерного расстояния между GPS-станциями, то их выявление при расчетах вызывает существенные трудности. К

таким неоднородностям следует отнести и линейные разрывы реального поля горизонтальных скоростей на поверхности Земли. Эти разрывы могут, в частности, являться поверхностным отражением разломов, активных в период GPS-измерений.

Ни местоположение, ни сам факт существования линейных неоднородностей в поле $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ обычно заранее не известны. В процессе вычислений реально существующие неоднородности в подобласти Ω_H могут вызвать значительное увеличение абсолютных величин хотя бы одной из главных скоростей удлинения E_1, E_2 . Чем больше площадь подобласти Ω_H , тем, вообще говоря, выше вероятность, что Ω_H содержит линейную неоднородность, которая, в частности, может оказаться разрывом поля скоростей.

Предположим, что у нас есть несколько разбиений исследуемой области Ω на непересекающиеся подобласти $(\Omega = \bigcup \Omega_H)$, причем в каждой из подобластей реализуется линейное поле скоростей (13). Например, в Ω введены разные триангуляции с GPS-станциями в качестве триангуляционных узлов. Для каждой триангуляции вполне определенная точка $\mathbf{x}^*$ принадлежит некоторому конкретному треугольнику, но от триангуляции к триангуляции этот треугольник меняется. Пусть $\Omega_{\mathbf{x}^* \Delta}^\alpha$ – треугольник, содержащий точку $\mathbf{x}^*$ для α -ой триангуляции. Для этой α -ой триангуляции искомый градиент скорости в точке $\mathbf{x}^*$, обозначаемый как $\mathbf{G}^q(\mathbf{x}^*)$, равен тому градиенту $\mathbf{G}^\alpha = \mathbf{G}(\Omega_{\mathbf{x}^* \Delta}^\alpha)$, который реализуется в $\Omega_{\mathbf{x}^* \Delta}^\alpha$. Возникает вопрос: какой из $\mathbf{G}^q(\mathbf{x}^*)$, $q=1, \dots, A$, где A – число триангуляций, является наиболее предпочтительным? Другими словами, какой градиент скорости из множества $\mathbf{G}^q(\mathbf{x}^*)$, $q=1, \dots, A$, должен быть выбран для точки $\mathbf{x}^*$, чтобы достигнуть наилучшего приближения к действительности?

Единственного ответа на поставленный вопрос не существует, но можно предложить критерий выбора. Рассмотрим гипотетический случай, когда ошибки определения скоростей незначительны. Согласно вышесказанному, предпочтительным представляется то решение $\mathbf{G}^q(\mathbf{x}^*)$, которое соответствует 1) меньшим значениям главных скоростей удлинения E_1, E_2 и 2) меньшей площади треугольника $\Omega_{\mathbf{x}^* \Delta}^\alpha$. Если два отмеченных требования выполняются одновременно, то это позволяет нам с определенной долей уверенности утверждать, что решение для тензора скоростей деформации в треугольнике $\Omega_{\mathbf{x}^* \Delta}^\alpha$ не искажено существенно разрывами и линейное приближение поля скоростей является достаточно адекватным.

Чтобы выразить оба требования с помощью одного скалярного параметра J , рассмотрим отклонение движения треугольника с вершинами $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \mathbf{x}^{(3)}$, в которых заданы скорости $\mathbf{v}^{(1)}, \mathbf{v}^{(2)}, \mathbf{v}^{(3)}$, от его движения как твердого тела. Величина J , характеризующая отклонение, может быть введена различными способами, каждый из которых влияет на свойства J . Мы выбираем J в следующем виде:

$$J = \sum_{i=1}^3 \left| \mathbf{v}^{(i)} - \mathbf{v}^0 - \mathbf{w} \times (\mathbf{x}^0 - \mathbf{x}^{(i)}) \right|^2 \geq 0. \quad (27)$$

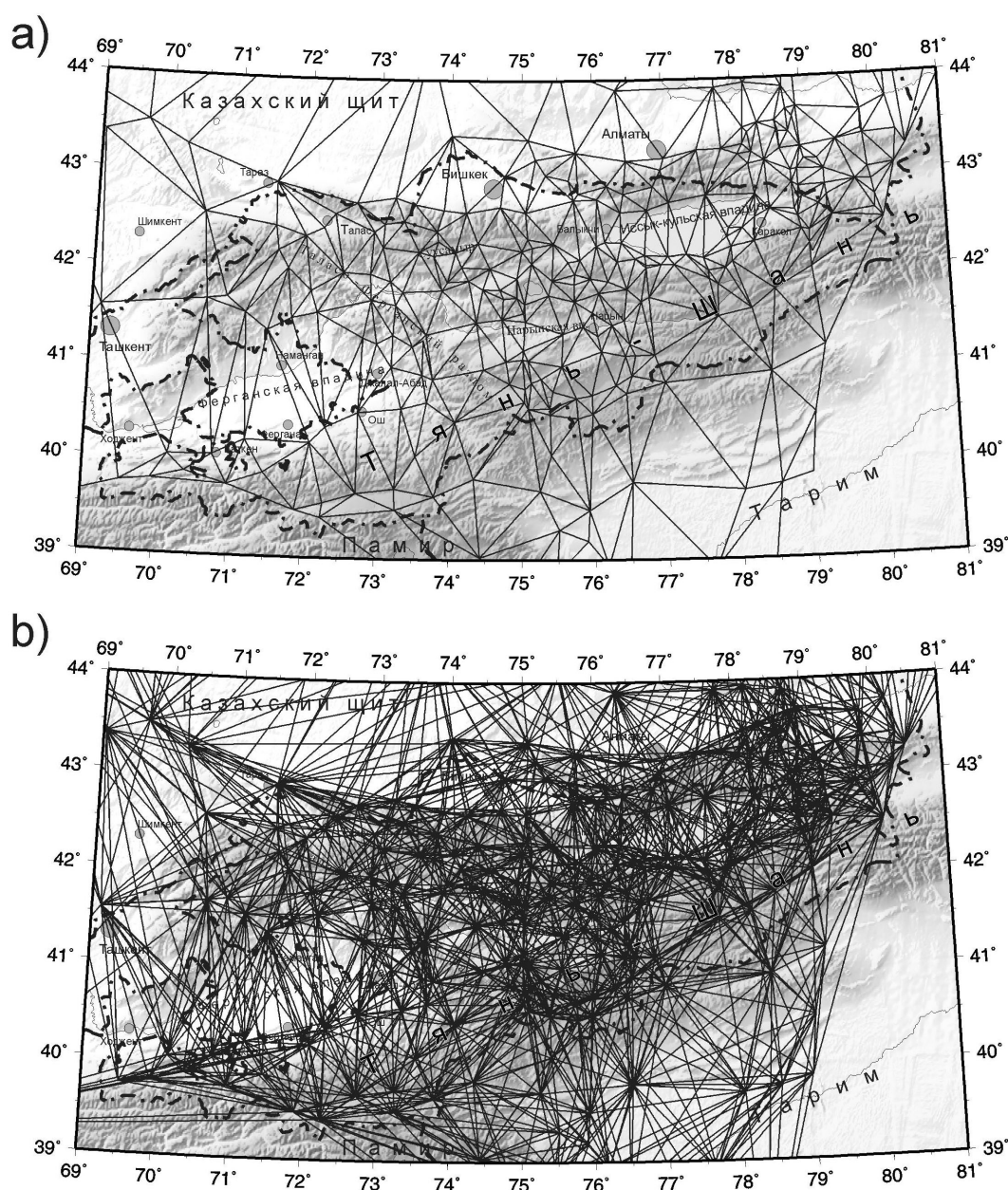


Рис. 2. Триангуляция Тянь-Шаньского фрагмента ЦА GPS-сети: *a* – исходная триангуляция Делоне (штрих-пунктирные линии – государственные границы); *b* – множество треугольников после итерационной процедуры,

Fig. 2. Triangulation of the Tien Shan fragment of the Central Asian GPS network: *a* – initial Delaunay triangulation (chain lines show frontiers of the Central Asian states); *b* – a set of triangles after initial triangulation is subject to iteration (see text for details).

Используя (26), перепишем соотношение (27) как

$$J = \sum_{i=1}^3 (\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^0) \cdot \mathbf{E}^2 \cdot (\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^0). \quad (28)$$

С учетом (7) формула (28) может быть представлена в виде:

$$J = \sum_{i=1}^3 E_1^2 [\mathbf{e}_1^{str} \cdot (\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^0)]^2 + E_2^2 [\mathbf{e}_2^{str} \cdot (\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^0)]^2. \quad (29)$$

Как следует из (28), (29), J не зависит от системы отсчета и увеличивается как с увеличением вели-

чин главных скоростей удлинения E_1 , E_2 , так и с увеличением площади треугольника, по крайней мере когда главные оси $\mathbf{E}$ не вращаются и треугольник увеличивается подобным образом. Действительно, если $|E_1| \rightarrow \mu |E_1|$, $|E_2| \rightarrow \mu |E_2|$ или $(\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^0) \rightarrow \mu (\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^0)$, $i=1,2,3$, тогда $J \rightarrow \mu^2 J$. Отметим, что J увеличивается и с увеличением хотя бы одного из значений E_i .

Чем больше J , тем меньше точность локального линейного приближения поля скоростей из-за увеличивающейся возможности того, что треугольник окажется в зоне повышенного градиента скоростей или будет содержать разрыв скоростей. Поэтому J^{-1}

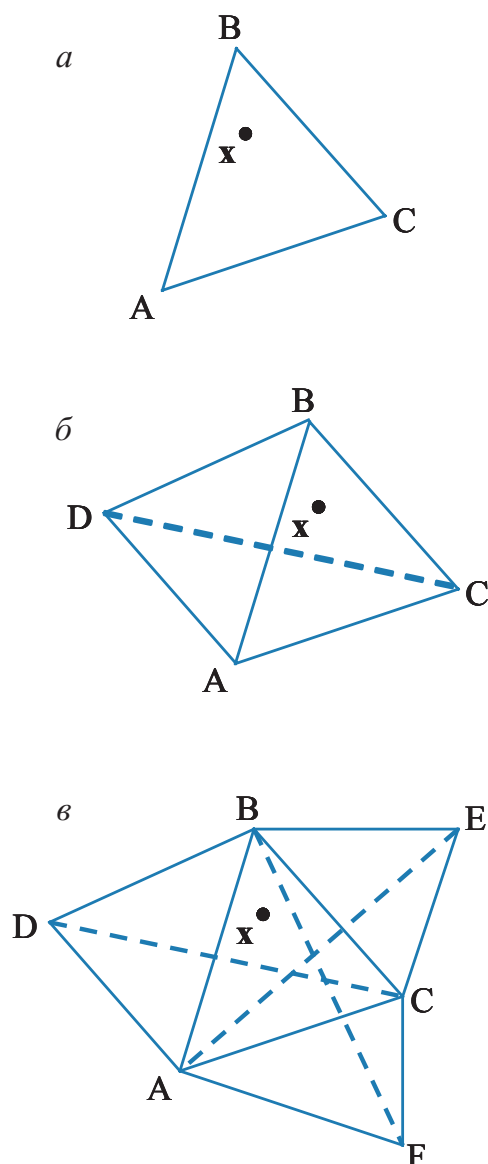


Рис. 3. Процедура деления четырехугольника на альтернативные треугольники (см. текст).

Fig. 3. Division procedure: a rectangle is divided into alternative triangles.

может рассматриваться как «цена» аппроксимации: чем выше J^{-1} , тем более точна аппроксимация скорости деформации.

Поскольку точка x^* покрыта несколькими треугольниками $\Omega_{x^*A}^\alpha$, $\alpha = 1, \dots, A$, мы можем вычислить J_α^{-1} для каждого из них. При вышеупомянутом условии безошибочного измерения скоростей среди всех A тензоров $G^\alpha(x^*)$, аппроксимирующих градиент скорости в x^* , самым предпочтительным является тот, который реализуется в треугольнике, обладающем максимальной величиной J^{-1} . В силу отмеченных свойств величины J_α^{-1} используются как веса во время суммирования кинематических характеристик по всем треугольникам $\Omega_{x^*A}^\alpha$, $\alpha = 1, \dots, A$, покрывающим точку x^* (см. следующий раздел).

3. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

С использованием существующего программного обеспечения [Wessel, Smith, 1998] в исследуемой области Ω вводится оптимальная триангуляция Делоне. В результате получается триангуляционная сеть из непересекающихся треугольников, в вершинах которых располагаются GPS-станции (рис. 2, а). За исключением множества меры 0, каждая точка x исследуемой области Ω покрыта одним треугольником (рис. 3, а). Построенная сеть (расчетная сетка) не обладает достаточной пространственной плотностью, и поэтому линейная аппроксимация скорости в каждом треугольнике не всегда может являться хорошим приближением. Чтобы улучшить точность приближения, нами предложен способ увеличения числа треугольников, покрывающих каждую точку области.

Сущность способа состоит в следующем. Каждая пара смежных треугольников Делоне образует четырехугольник, а их общая сторона является диагональю этого четырехугольника. В четырехугольнике проводится другая диагональ, делящая его на два альтернативных треугольника (рис. 3, б). После применения этой процедуры ко всей расчетной сетке каждая точка области Ω , за исключением точек, близких к границе, теперь принадлежит не одному, а четырем пересекающимся треугольникам (рис. 3, в). Процедура формирования новых четырехугольников на вновь созданной сети повторяется. После нескольких глобальных итераций число треугольников, покрывающих почти каждую точку области, значительно увеличивается (рис. 2, б). Вершины каждого нового треугольника совпадают с GPS-станциями. С увеличением числа глобальных итераций вновь сформированные треугольники становятся все более и более удлиненными. При этом нормализованное отношение β , их площади s к квадрату периметра p ,

$$\beta = 12\sqrt{3} \frac{s}{p^2}, \quad (30)$$

(которое изменяется от 1 до 0 и достигает максимума для равностороннего треугольника) может превратиться в малую величину. В этом случае все три вершины треугольника стремятся расположиться вдоль одной прямой и процедура инверсии поля скоростей становится чрезвычайно неустойчивой.

Описанная процедура сгущения сетки была применена к ЦА GPS-сети (рис. 1). Было использовано 308 GPS-станций, для которых ошибка измерений скорости мала (а именно: стандартное отклонение σ не превышает величины 1.0 мм/год). Картина векторов скоростей, полученных в системе отсчета, связанной со стабильной Евразийской плитой, для Тянь-Шаньской части ЦА GPS-сети показана на рис. 4. Процесс глобальных итераций был дополнен условием $\beta > \beta_{cr} = 0.3$ для вновь образованных треугольников. Если это требование нарушалось, то процедура деления четырехугольника на два новых альтернативных треугольника локально отменялась, и делению подвергался следующий четырех-

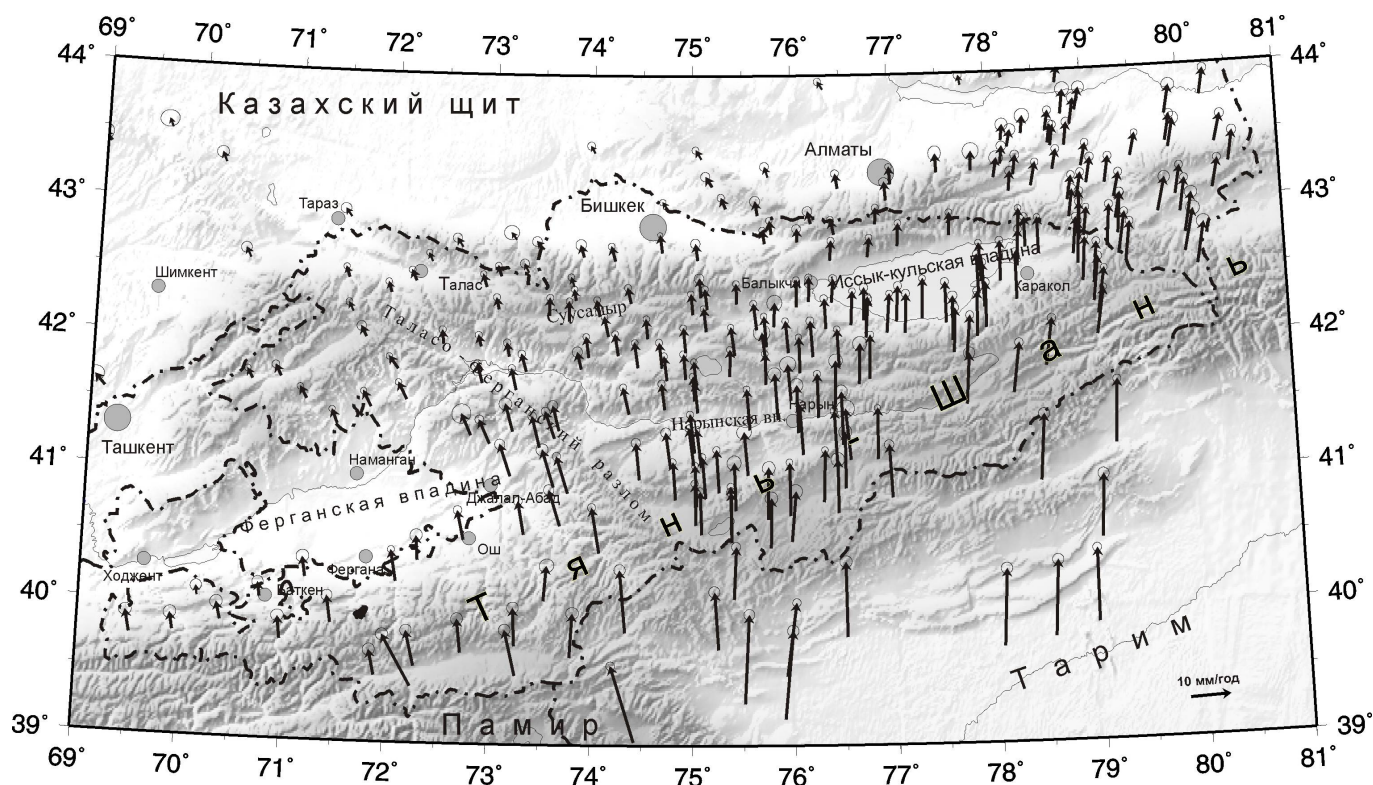


Рис. 4. Схема современных горизонтальных скоростей Тянь-Шаньского фрагмента ЦА GPS-сети, рассчитанных относительно стабильных областей Евразийской плиты. Эллипсы на концах векторов соответствуют 95%-ным доверительным областям. Штрих-пунктирными линиями обозначены государственные границы.

Fig. 4. Recent horizontal velocity pattern of the Tien Shan fragment of the Central Asian GPS network, as calculated relative to stable parts of the Eurasian Plate. Ellipses show 95 percent confidence. Chain lines show state frontiers.

угольник. Двух глобальных итераций оказалось достаточно, чтобы увеличить число треугольников в расчетной сетке почти на порядок по сравнению с исходной триангуляцией Делоне. Множество треугольников для фрагмента ЦА GPS-сети, сконструированных таким образом и удовлетворяющих условию $\beta > \beta_{cr}$, показано на рис. 2, б.

После создания описанной расчетной сетки любая точка $\mathbf{x}^*$, не лежащая на стороне треугольника, принадлежит открытой полигональной подобласти $\Omega_{\mathbf{x}^* \cap}$ (рис. 5), т.е.

$$\mathbf{x}^* \in \Omega_{\mathbf{x}^* \cap} = \bigcap_{\alpha=1}^A \Omega_{\mathbf{x}^* \Delta}^{\alpha}. \quad (31)$$

Подобласть $\Omega_{\mathbf{x}^* \cap}$ определяется не только точкой $\mathbf{x}^*$, но и всеми другими ее точками, так что нижний индекс $\mathbf{x}^*$ можно не указывать. Подобласти $\Omega_{\mathbf{x}^* \cap}$ не пересекаются, и поэтому вся совокупность замыканий этих подобластей может рассматриваться как разбиение всей исследуемой области (вместо исходного разбиения на треугольники). Имеем

$$\Omega = \bigcup \overline{\Omega_{\cap}}, \quad (32)$$

где верхняя черта над символом подобласти $\Omega_{\cap}$ означает ее замыкание. Мы рассматриваем подоб-

ласть $\Omega_{\cap}$ как элементарные ячейки, каждая из которых обладает собственным постоянным градиентом скорости $\mathbf{G}$.

Процедура расчета $\mathbf{G}$ в подобласти $\Omega_{\cap}$ заключается в следующем. Сначала с помощью формул, приведенных в разделе 2.2, в каждом треугольнике Ω_{Δ} уплотненной расчетной сетки (индекс $\mathbf{x}^*$ в обозначении $\Omega_{\mathbf{x}^* \Delta}^{\alpha}$ не указывается по тем же причинам, что и для $\Omega_{\mathbf{x}^* \cap}$) рассчитываются величины $B = \{E_{11}, E_{12}, E_{22}, \omega\}$, характеризующие тензор $\mathbf{G}$. На следующем шаге производится расчет B в элементарных ячейках $\Omega_{\cap}$. С этой целью мы используем величины $B_{(\alpha)}$, уже рассчитанные в тех треугольниках Ω_{Δ}^{α} , $\alpha=1, \dots, A$, пересечение которых и образует ячейку $\Omega_{\cap}$ (рис. 5). Совокупность указанных треугольников Ω_{Δ}^{α} , $\alpha=1, \dots, A$, назовем множеством R , порождающим ячейку $\Omega_{\cap}$. Расчет B в ячейке $\Omega_{\cap}$ производится с помощью специального весового суммирования соответствующих величин в R . В качестве весовых коэффициентов используются величины J_{α}^{-1} , введенные в разделе 2.3 (см. формулу (27)). Таким образом, величины B в ячейке $\Omega_{\cap}$ рассчитываются по формуле:

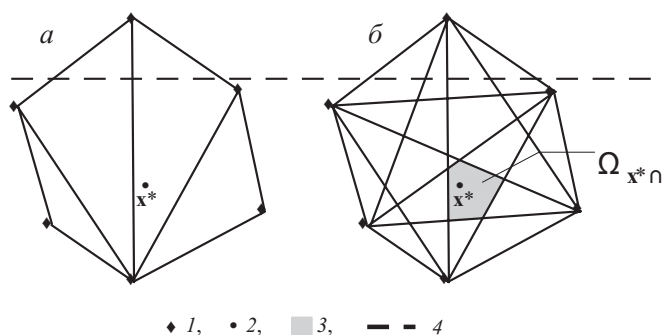


Рис. 5. Треугольники GPS-сети в окрестности точки x^* до (а) и после (б) применения процедуры уплотнения сети (подробности в тексте). Показаны GPS-станции (1); точка x^* (2); подобласть Ω_{x^*} , которая является пересечением треугольников, покрывающих точку x^* (3); линия «разлома» (4).

Fig. 5. Triangles of the GPS network near point x^* before (a) and after (б) applying the grid thickening procedure (see text for details). Shown are GPS stations (1), point x^* (2), sub-domain Ω_{x^*} (intersection of triangles covering x^* , 3), and 'fault' lines (4).

$$B|_{x \in \Omega_\gamma} = \frac{\sum_{\alpha=1}^A J_\alpha^{-1} B_\alpha}{\sum_{\alpha=1}^A J_\alpha^{-1}}. \quad (33)$$

Здесь J_α^{-1} – весовой коэффициент в α -м треугольнике, принадлежащем множеству R .

Потребность весового суммирования (33) обусловлена тем фактом, что неизбежные ошибки GPS-измерений увеличиваются после проведения инверсии скоростей. Процедура усреднения типа (33) является эффективным средством подавления такого увеличения.

Из (33) следует, что наибольший вклад в B вносят те принадлежащие множеству R треугольники, «цена» аппроксимации в которых выше. Физически, это означает, что предпочтение отдается «более устойчивым» (медленнее деформируемым) элементам. Поэтому ширина потенциальных зон с высокими скоростями деформации сужается, и эти зоны более отчетливо выделяются на устойчивом фоне. Механизм сужения высокоскоростных зон и зон, содержащих разрывы поля скоростей, проиллюстрирован на рис. 5 на примере «разлома» (пунктирная линия), существующего в поле скоростей и пересекающего треугольники сети. Если используется начальная триангуляция Делоне, точка x^* наряду с содержащим ее треугольником попадет в зону высоких градиентов скоростей (рис. 5, а). В нашем подходе точка x^* (рис. 5, б) принадлежит ячейке Ω_γ , в которой норма скорости градиента ниже, потому что не все треугольники, принадлежащие множеству R , содержат «разлом» и, кроме того, вклад в B от треугольников, содержащих «разлом», низок по сравнению с теми треугольниками,

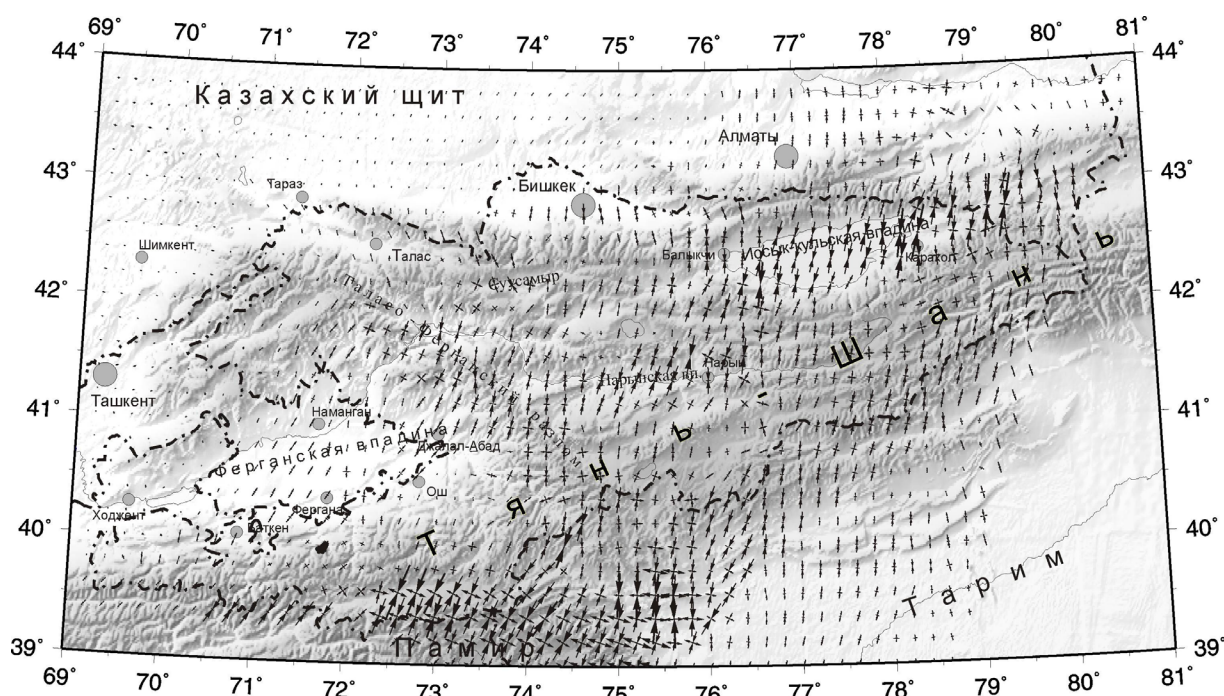


Рис. 6. Схема ориентаций максимальной, E_1 , и минимальной, E_2 , скоростей удлинения (расходящиеся стрелки – удлинение, сходящиеся – укорочение). Длина стрелок пропорциональна абсолютной величине соответствующей скорости деформации.

Fig. 6. Pattern of axes of maximum (E_1) and minimum (E_2) stretching. Outward arrows show stretching; inward arrows show shortening. Arrow lengths are proportional to absolute values of corresponding strain rates.

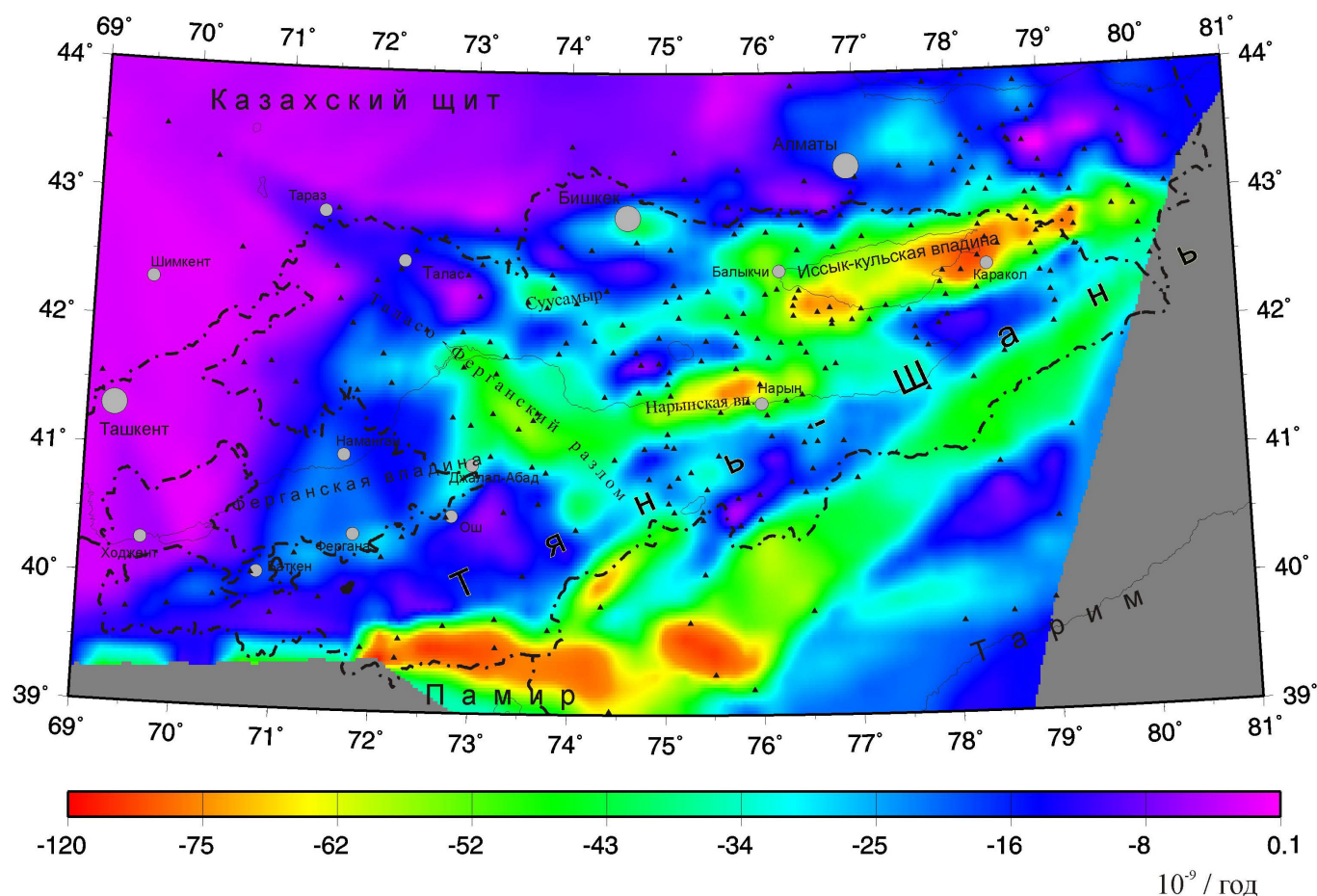


Рис. 7. Карта величин максимальной скорости укорочения E_2 . Здесь и на следующих рисунках штрих-пунктирными линиями обозначены государственные границы.

Fig. 7. Map of maximum shortening rates, E_2 . In the given and following figures, triangles show GPS sites; chain lines show state frontiers.

которые «разломом» не затронуты. Поэтому точка x^* , наряду с ячейкой Ω_0 , принадлежит менее деформируемой области.

Таким образом, предложенный подход, вследствие ввода более густой расчетной сетки и специального весового усреднения, в состоянии значительно увеличить разрешающую способность метода.

4. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ ГРАДИЕНТА СКОРОСТИ

Поскольку градиент скорости $\mathbf{G}(\mathbf{x})$ – тензорное поле, его невозможно представить графически единым образом. Поля $\omega(\mathbf{x})$ и $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ ниже отображаются отдельно, причем поле $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ отображается картами инвариантов тензора $\mathbf{E}$ и ориентации его главных осей. Оси максимальной (E_1) и минимальной (E_2) скоростей удлинения на рис. 6 показаны крестиками, равномерно распределенными по исследуемой области. На рис. 7 представлена карта минимальной скорости удлинения E_2 , или, что то же, максимальной скорости укорочения. Из этого рисунка следует, что Казахский щит, расположенный к севе-

ру от Тянь-Шаня, почти не подвергается укорочению. В отличие от этого, Тянь-Шань характеризуется довольно неоднородным полем E_2 : стабильные области граничат с зонами повышенных скоростей укорочения, которые характеризуются ВСВ направлением, совпадающим с направлением основных тектонических структур Тянь-Шаня. Рассмотрим наиболее значимые зоны повышенных значений $|E_2|$.

Существенные деформации укорочения E_2 наблюдаются около озера Иссык-Куль, где восточные и юго-западные зоны выделяются на фоне умеренного субмеридионального укорочения. Эти зоны несколько смещены друг относительно друга. Восточная зона не ограничена озером, а простирается дальше в восточном направлении. Другим примером зоны, характеризующейся высокими скоростями укорочения, является Нарынская впадина. Как следует из рис. 6, оси E_2 здесь несколько развернуты в северо-восточном направлении. Следует отметить также две области умеренных отрицательных величин E_2 на севере Тянь-Шаня. Первая из них расположена вблизи Бишкека и, очевидно, связана с движением по Иссык-Атинскому разлому.

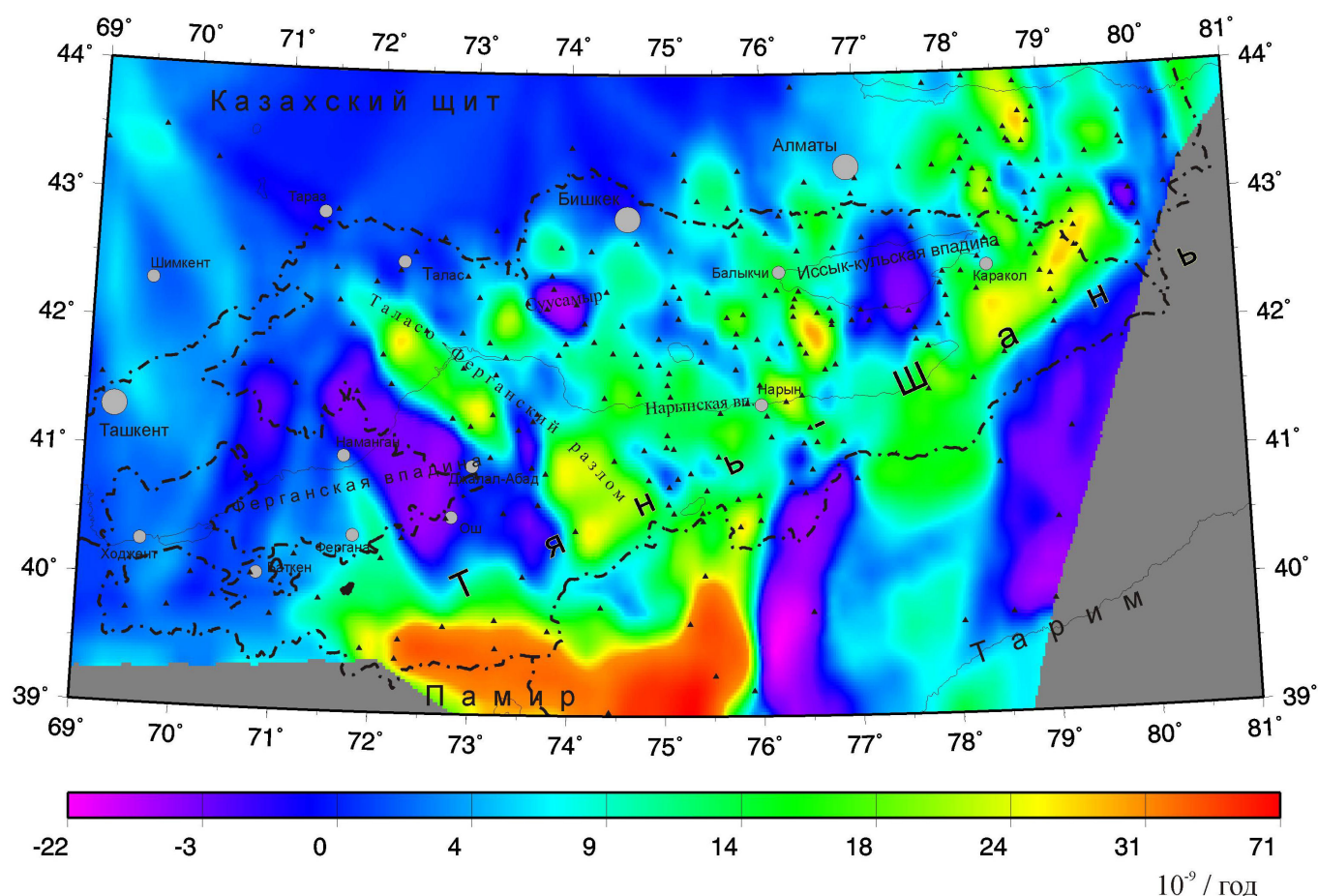


Рис. 8. Карта величин максимальной скорости удлинения E_1 .

Fig. 8. Map of maximum stretching rates, E_1 .

Вторая зона расположена в Сусамырской долине, где в 1992 г. произошло сильное землетрясение с магнитудой $M=7.3$.

Заметное укорочение реализуется между Тянь-Шанем и Таримским блоком. Это укорочение не так ярко выражено, как в Иссык-Кульском регионе, что может быть объяснено более редким расположением GPS-станций в Китае. Интересно то, что зона укорочения между Тянь-Шанем и Таримом разделена на две части: восточную и западную. Топографически она также состоит из двух сегментов.

Однако наиболее существенная скорость укорочения наблюдается между Памиром и Тянь-Шанем. В масштабе карты зона повышенных значений $|E_2|$ здесь имеет дугообразную форму и тесно связана с северными и северо-восточными сегментами Памира. Последнее обстоятельство, среди прочих, подтверждает надежность полученных результатов.

Поле другого собственного значения тензора $\mathbf{E}$ – скорости максимального удлинения E_1 – приведено на рис. 8. Как и в случае E_2 , Казахский щит не подвергается видимому удлинению. Этот результат, совместно с результатом для E_2 , показывает, что в поле современных деформаций Казахский щит фактически (в пределах погрешности) ведет себя как

твердый блок.

В то же время соседний Тянь-Шань удлиняется неоднородно. Если не принимать во внимание пространственно малые дискретные зоны увеличенных и уменьшенных скоростей деформации E_1 , которые могут быть вызваны ошибками GPS-измерений, можно видеть, что большая часть Тянь-Шаньской территории подвергается лишь незначительному удлинению. Согласно рис. 6, это удлинение ориентировано субширотно. Конфигурация зон повышенных значений E_1 отличается от той, которая характерна для величины укорочения $|E_2|$. Зоны увеличенных значений E_1 имеют тенденцию к вытягиванию в диагональном северо-западном направлении в виде серии параллельных полос. Одна из таких диагональных областей расположена вдоль Таласо-Ферганского разлома. Судя по рис. 6, ориентация оси E_1 почти параллельна простиранию разлома только в северо-западной части структуры. Другая область, где отчетливо выражена повышенная скорость удлинения E_1 , является зоной северо-восточного простирания, расположенной в юго-восточной части Кыргызского Тянь-Шаня в пределах области 78–80° восточной долготы и 42–43° северной широты. Это самая узкая часть Тянь-Шаня в обла-

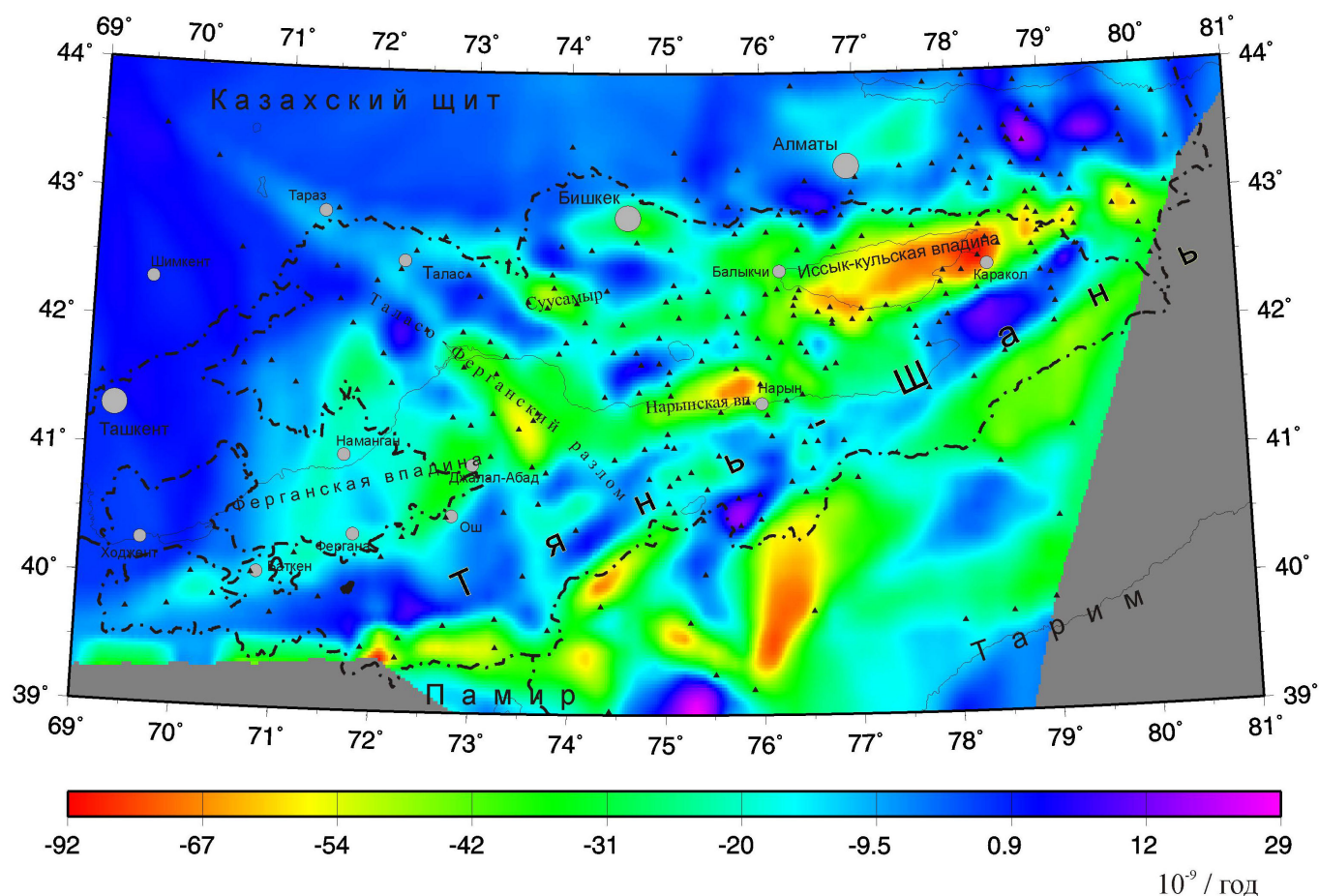


Рис. 9. Карта дивергенции скорости E .

Fig. 9. Map of velocity divergence, E .

ти расположения ЦА GPS-сети. Тем не менее наибольшие удлинения наблюдаются вдоль границ Памира и Южного Тянь-Шаня, а также Памира и Тарима.

Поля других инвариантов тензора $\mathbf{E}$ могут быть представлены аналогичным образом. Карта дивергенции скорости $E = \nabla \cdot \mathbf{v} = E_1 + E_2$ представлена на рис. 9. На рис. 10 показано поле максимальной скорости сдвига $\Gamma = |\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2|/2$. Конфигурация неоднородностей полей E и Γ в общих чертах повторяет конфигурацию поля E_2 . Подобная схожесть указывает на то, что для Тянь-Шаня и прилегающих регионов скорость укорочения значительно доминирует над скоростью удлинения.

Распределение угловой скорости ω (см. формулу (21)) на поверхности изучаемой области показано на рис. 11. Из представленной на рис. 11 карты следует, что Тянь-Шань в целом и территории, расположенные на северо-востоке от него, подвергаются незначительному вращению против часовой стрелки. На этом фоне выделяются некоторые области, обладающие более интенсивным вращением (главным образом против часовой стрелки). Среди этих областей следует особо отметить обширную территорию, расположенную к юго-востоку от Фер-

ганской долины. Еще одна подобная область расположена на восток от Таласо-Ферганского разлома, почти симметрично первой. Области интенсивных вращений против часовой стрелки наблюдаются в Нарынском и Иссык-Кульском бассейнах и далее на северо-восток. Напротив, часть Таримского бассейна, покрытого GPS-сетью, характеризуется вращением по часовой стрелке.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Пространственная плотность большинства существующих GPS-сетей недостаточна для надежного выделения линейных разрывов в поле современных скоростей, а также резких границ, которые могут отделять области, обладающие различной скоростью деформации. Линейные зоны локализации скоростей деформации тоже могут быть не зафиксированы, если они существенно уже, чем характерное расстояние между точками GPS-измерений. Ситуация существенно осложняется тем обстоятельством, что геометрия разрывов, зон локализации и резких границ в поле современных горизонтальных скоростей заранее неизвестна. Все перечисленные типы узких протяженных неоднородно-

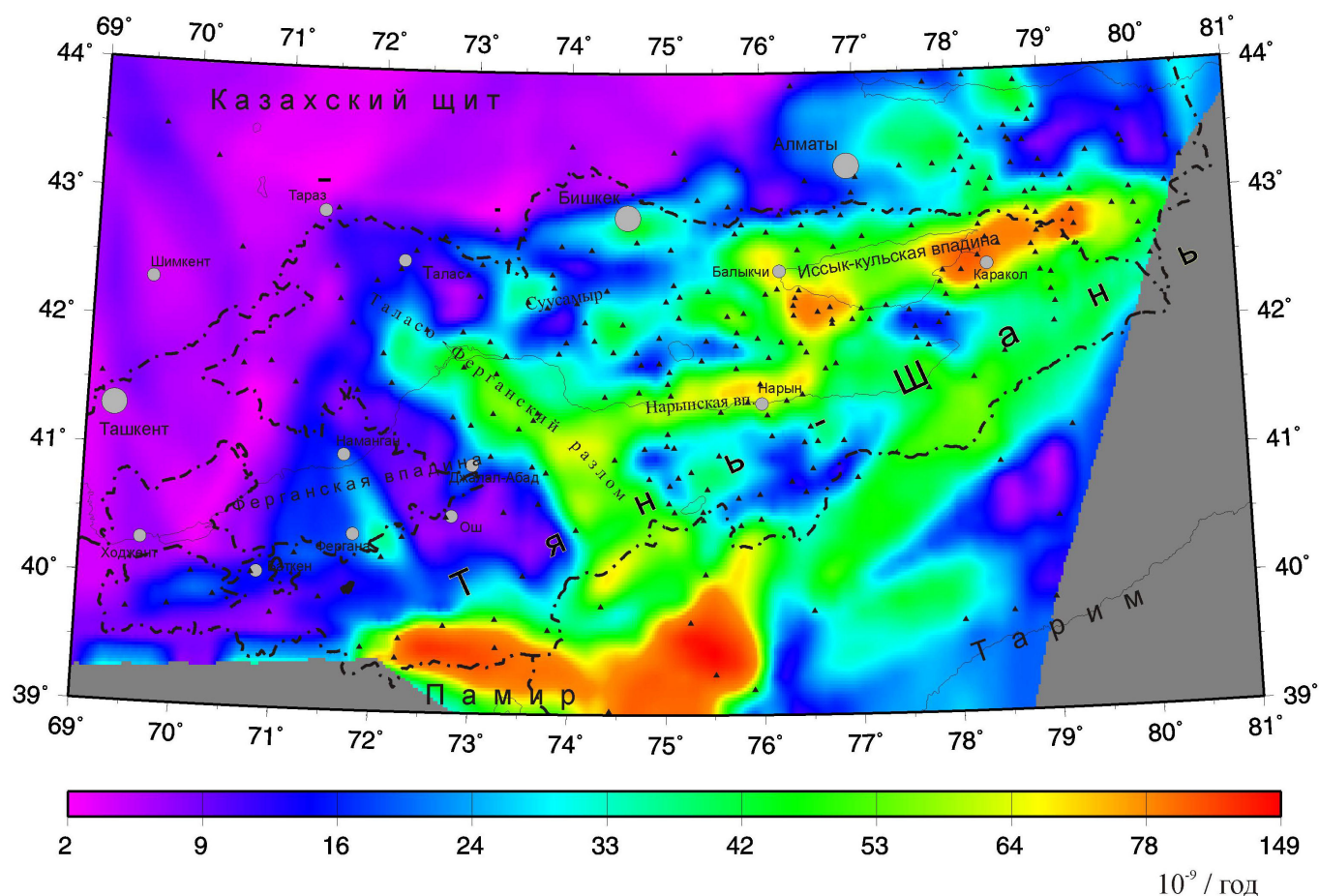


Рис. 10. Карта скорости максимального сдвига Γ .

Fig. 10. Map of maximum shear rates, Γ .

стей могут не совпадать с границами между блоками, выделенными геологическими методами [Мухамедиев и др., 2006; Кузиков, 2007; Кузиков, Мухамедиев, 2007]. Геометрия неоднородностей в поле современных скоростей может резко измениться после одного или нескольких крупных землетрясений в регионе.

Поэтому для выявления тонкой структуры поля современных горизонтальных деформаций на первое место выходят методы обработки GPS-измерений, способные существенно увеличить разрешающую способность методов инверсии дискретно заданных горизонтальных скоростей. Главный результат настоящего исследования состоит в разработке метода, который позволяет определить детализированную структуру поля градиента современной скорости непосредственно по GPS-данным. Метод имеет высокую разрешающую способность и повышает устойчивость к экспериментальным ошибкам благодаря следующим свойствам.

1. Используемая расчетная сетка является существенно более плотной, чем те, которые используют обычные методы. Эту сетку можно рассматривать как совокупность различных триангуляций, наложенных друг на друга. Как следствие, каждая точка

х области покрыта несколькими треугольниками. Каждый покрывающий α -й треугольник обладает постоянным градиентом скорости $\mathbf{G}_\alpha$, который различен для разных треугольников и разных триангуляций.

2. Градиент скорости в точке $\mathbf{x}$, $\mathbf{G}(\mathbf{x})$, определяется специальным весовым суммированием градиентов $\mathbf{G}_\alpha$ по всем накрывающим треугольникам. В качестве весового коэффициента используется величина, обратная к J . В свою очередь, J характеризует отклонение движения треугольника от его модельного движения как твердого тела (чем больше J , тем сильнее деформируется треугольник).

Результаты, полученные при использовании данных ЦА GPS-сети, демонстрируют неоднородное пространственное распределение расчетных элементов $\mathbf{G}$. Картины распределения угловой скорости ω , максимальной, E_1 , и минимальной, E_2 , скоростей удлинения существенно отличаются друг от друга. В то же время пространственные распределения дивергенции E и максимальной скорости сдвига Γ примерно подобны распределению E_2 . Это обстоятельство указывает на то, что укорочение существенно превалирует над удлинением в исследуемой области.

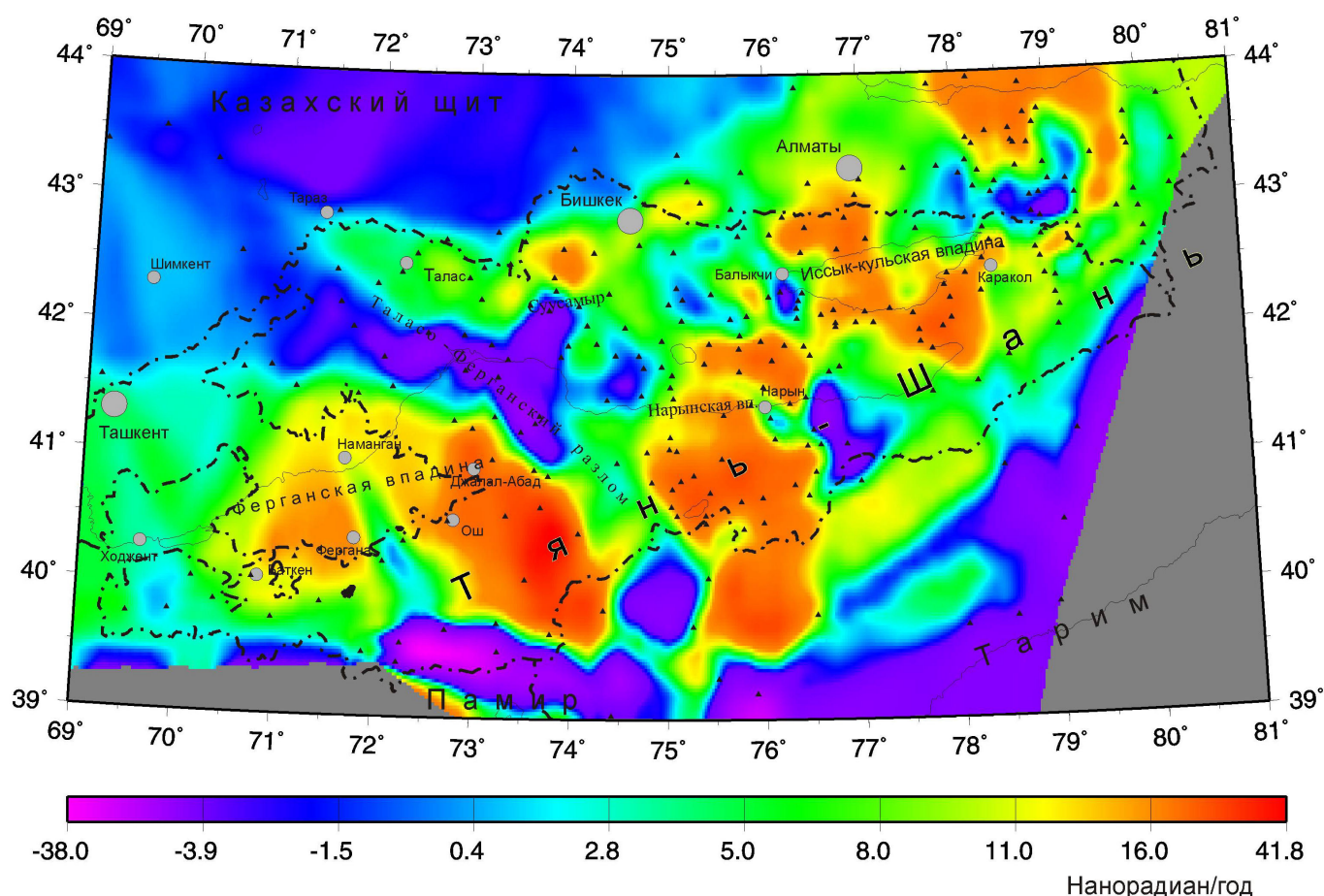


Рис. 11. Карта угловой скорости ω . Положительные значения ω соответствуют вращению против часовой стрелки.

Fig. 11. Map of angular velocity rates, ω . Positive ω values correspond to counterclockwise rotation.

Что касается стиля деформации континентальной коры Тянь-Шаня, результаты не подтверждают ни традиционной блоковой модели, ни континуальной вязкой модели. Последняя модель не подтверждается, так как области с повышенными значениями элементов тензора $\mathbf{G}$ резко выделяются на общем фоне. Часто эти области отделены от фона четко выраженными границами. Блоковая модель в ее канонической форме не может быть подтверждена, потому что

1) значимая корреляция между упомянутыми выше областями и блоками, выделенными геологическими методами, не просматривается;

2) кинематические особенности (включая угловую скорость ω) не являются достаточно однородными в пределах этих областей.

Следует добавить, что полученные в настоящей работе результаты выявляют еще одну принципиальную особенность в структуризации поля скоростей деформаций на Тянь-Шане. Эта особенность не предусмотрена ни блоковой, ни континуальной моделями и ранее не отмечалась. Речь идет об относительно регулярном строении зон повышенных значений главных удлинений и главных укорочений. Зоны высоких значений E_1 вытянуты примерно в северо-западном направлении, а зоны высоких зна-

чений $|E_2|$ – в восток-северо-восточном направлении. Исследование природы этого явления мы оставляем для последующих публикаций.

Благодарности

Мы благодарим все группы, занимавшиеся GPS-измерениями, за сбор высококачественных данных, которые были использованы в настоящей работе. Ш.А. Мухамедиев благодарит за финансовую поддержку РФФИ и ОНЗ РАН (фундаментальную программу № 6).

ПРИЛОЖЕНИЕ.

НЕКОТОРЫЕ ТЕНЗОРНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ РАССМАТРИВАЕМОГО В РАБОТЕ ДВУМЕРНОГО СЛУЧАЯ

Векторы в работе обозначаются полужирными малыми латинскими буквами ($\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, ...); a_i – компоненты вектора $\mathbf{a}$ в системе декартовых координат x_i , $i=1, 2$. Специальные векторы: $\mathbf{e}_i$, $i=1, 2$, орты декартова базиса; $\mathbf{x}$ – радиус-вектор точки, $\mathbf{x} = \sum_{i=1}^2 x_i \mathbf{e}_i$;

$\mathbf{v}$ – вектор скорости, $\mathbf{v} = \sum_{i=1}^2 v_i \mathbf{e}_i$; $\mathbf{e}_3$ – единичный вектор, нормальный к плоскости x_1, x_2 и направленный так, что векторы $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ образуют правый базис.

Тензоры второго ранга обозначаются полужирными заглавными латинскими буквами ($\mathbf{A}, \mathbf{B}, \dots$); A_{ij} – компоненты тензора $\mathbf{A}$ в системе декартовых координат $x_i, i=1, 2$.

$\cdot, \cdot, \times, \otimes$ – символы скалярного, двойного скалярного, векторного и тензорного умножения. Простейший тензор второго ранга является диадой

$\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 a_i b_j \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$; любой тензор второго ранга может быть представлен суммой диад.

Ниже операции тензорной алгебры иллюстрируются на примере диад. Эти операции линейным образом распространяются на суммы диад, т.е. на тензоры второго ранга.

$(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})^T = (\mathbf{b} \otimes \mathbf{a})$ – транспонирование; тензор $\mathbf{A}$ является симметричным, если $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$, и антисимметричным, если $\mathbf{A}^T = -\mathbf{A}$.

$(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}) \mathbf{a}$, $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \otimes \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \mathbf{c}$ – скалярное произведение диады и вектора является вектором. Это свойство часто принимается в качестве определения диады. Из него, в частности, следует, что $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})^T$.

$(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{c} \otimes \mathbf{d}) = (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})(\mathbf{a} \otimes \mathbf{d})$ – скалярное произведение диад является диадой.

$(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) : (\mathbf{c} \otimes \mathbf{d}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) \cdot \mathbf{d} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})(\mathbf{b} \cdot \mathbf{d})$ – двойное скалярное произведение диад является скаляром. Декартовы компоненты A_{ij} тензора $\mathbf{A}$ определяются как $A_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{e}_j$.

$\mathbf{b} \times (\mathbf{c} \otimes \mathbf{d}) = (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \otimes \mathbf{d}$ – векторное произведение диады и вектора является диадой.

Линейное преобразование, переводящее любой вектор в себя, называется единичным тензором второго ранга. Обозначая этот тензор $\mathbf{I}$, для любого вектора $\mathbf{a}$ имеем $\mathbf{I} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{a}$. Тензор $\mathbf{I}$ обладает свойствами $\mathbf{I} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{A}$, $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) : \mathbf{I} = \mathbf{I} : (\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ и может быть представлен в виде:

$$\mathbf{I} = \sum_{i=1}^2 \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_i. \quad (\text{П.1})$$

∇ – дифференциальный векторный набла-оператор. В двумерных декартовых координатах ∇ определяется операторами частного дифференцирования в виде $\nabla = \sum_{i=1}^2 \mathbf{e}_i \frac{\partial}{\partial x_i}$. Результат применения

набла-оператора к скалярному полю $f(\mathbf{x})$ называется градиентом этого поля, т.е. $\nabla f \equiv \text{grad } f$. Будучи примененным к векторному или тензорному полю, ∇ (обозначение операции $\nabla \otimes$) порождает градиент этого поля. Например, градиент скорости может быть записан в виде:

$$\mathbf{G} = \nabla \otimes \mathbf{v} = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j, \quad (\mathbf{v} = v_1 \mathbf{e}_1 + v_2 \mathbf{e}_2). \quad (\text{П.2})$$

Скалярное произведение набла-оператора и векторного или тензорного поля (обозначение операции $\nabla \cdot$) порождает дивергенцию. Из (П.1) для дивергенции поля скоростей имеем

$$\mathbf{I} : \mathbf{G} = \nabla \cdot \mathbf{v} = \sum_{j=1}^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j}. \quad (\text{П.3})$$

В работе используется следующее тождество для смешанного произведения:

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a}). \quad (\text{П.4})$$

ЛИТЕРАТУРА

- Кузиков С.И. Структурный анализ горизонтальных скоростей по данным GPS и характер современной деформации земной коры Центральной Азии: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – М.: ИФЗ РАН, 2007. – 26 с.
- Кузиков С.И., Мухамедиев Ш.А. Структуризация современных горизонтальных скоростей земной коры Центральной Азии методами статистического анализа // Изменяющаяся геологическая среда: Материалы Международной конференции. – Казань: КГУ, 2007. Т.1. – С. 108–112.
- Макаров В.И., Абдрахматов К.Е., Айтматов И.Т. и др. Современная геодинамика областей внутриконтинентального коллизионного горообразования (Центральная Азия). – М.: Научный мир, 2005. – 400 с.
- Мухамедиев Ш.А., Zubovich A.B., Кузиков С.И. Выделение блоков земной коры по данным GPS измерений // Доклады АН. – 2006. – Т. 408, № 4. – С. 539–542.
- Abdrakhmatov K.Ye., Aldazhanov S.A., Hager B.H., Hamburger M.W., Herring T.A., Kalabaev K.B., Makarov V.I., Molnar P., Panasyuk S.V., Prilepin M.T., Reilinger R.E., Sadybakasov I.S., Souter B.J., Trapeznikov Yu.A., Tsurkov V.Ye., Zubovich A.V. Relatively construction of the Tien Shan inferred from GPS measurements of present-day crustal deformation rates // Nature. – 1996. – V. 384. – P. 450–457.
- Avouac J.-P., Tapponnier P. Kinematic model of active deformation in Central Asia // Geophysical Research Letters. – 1993. – V. 20. – P. 895–898.
- England P.C., McKenzie D.P. A thin viscous sheet model for continental deformation // Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society. – 1982. – V. 70. – P. 295–321.
- England P., Molnar P. Active deformation of Asia: from kinematics to dynamics // Science. – 1997. – V. 278. – P. 647–650.
- England P., Molnar P. Late Quaternary to decadal velocity fields in Asia // Journal of Geophysical Research. – 2005. – V. 110. – B12401. – doi:10.1029/2004JB003541.
- Flesch L.M., Haines A.J., Holt W.E. Dynamics of the India-Eurasia collision zone // Journal of Geophysical Research. – 2001. – V. 106. – P. 16435–16460.
- Gordon R.G., Stein S. Global tectonics and space geodesy // Science. – 1992. – V. 256. – P. 333–342.
- Gurtin M.E. An introduction to continuum mechanics. – New York: Academic Press, 1981. – 265 p.
- McCaffrey R. Block kinematics of the Pacific–North America plate boundary in the Southwestern United States from inversion of GPS, seismological, and geologic data // Journal of Geophysical Research. – 2005. – V. 110. – B07401. – doi:10.1029/2004JB003307.
- Meade B. Present-day kinematics at the India-Asia collision zone // Geology. – 2007. – V. 35. – P. 81–84. – doi: 10.1130/G22924A.1.
- Replumaz A., Tapponnier P. Reconstruction of the deformed collision zone between India and Asia by backward motion of lithospheric blocks // Journal of Geophysical Research. – 2003. – V. 108. – 2285. – doi:10.1029/2001JB000661.

- Shen Z.-K., Jackson D.D., Ge B.X.* Crustal deformation across and beyond the Los Angeles basin from geodetic measurements // *Journal of Geophysical Research.* – 1996. – V. 101. – P. 27957–27980.
- Socquet A., Simons W., Vigny C., McCaffrey R., Subarya C., Sarsito D., Ambrosius B., Spakman W.* Microblock rotations and fault coupling in SE Asia triple junction (Sulawesi, Indonesia) from GPS and earthquake slip vector data // *Journal of Geophysical Research.* – 2006. – V. 111. – B08409. – doi:10.1029/2005JB003963.
- Spakman W., Nyst M.C.J.* Inversion of relative motion data for estimates of the velocity gradient field and fault slip // *Earth and Planetary Science Letters.* – 2002. – V. 203. – P. 577–591.
- Thatcher W.* Microplate versus continuum descriptions of active tectonic deformation // *Journal of Geophysical Research.* – 1995. – V. 100. – P. 3885–3894.
- Thatcher W.* Microplate model for the present-day deformation of Tibet // *Journal of Geophysical Research.* – 2007. – V. 112. – B01401. – doi:10.1029/2005JB004244.
- Wessel P., Smith W.H.F.* New, improved version of Generic Mapping Tools released // *Eos, Transactions, American Geophysical Union.* – 1998. – V. 79. – P. 579.
- Zhang P.-Z., Shen Z., Wang M., Gan W., Molnar P., Wang Q., Niu Z., Sun J., Wu J., Hanrong S., Xinzhaoy Y.* Continuous deformation of the Tibetan plateau from global positioning system data // *Geology.* – 2004. – V. 32. – P. 809–812. – doi:10.1130/G20554.1.



Зубович Александр Владимирович, канд. физ.-мат. наук, руководитель отдела
Центрально-Азиатский институт прикладных исследований Земли
720027, Бишкек, ул. Тимура Фрунзе, 73/2, Кыргызстан
Тел. +996-312-555454; e-mail: azubovich@mail.ru

Zubovich, Alexander V., Candidate of Physics and Mathematics, Head of Section
Central Asian Institute of Applied Studies of the Earth
720027, Bishkek, Timur Frunze street, 73/2, Kyrgyzstan
Tel. +996-312-555454; e-mail: azubovich@mail.ru



Мухамедиев Шамиль Ахмедович, докт. физ.-мат. наук, г. н. с.
Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН
123995, ГСП-5, Москва, Д-242, ул. Большая Грузинская, 10, Россия
Тел. (495)2541082, (903)1526060; e-mail: sh_mukhamediev@inbox.ru, shamil@ifz.ru

Mukhamediev, Shamil A., Doctor of Physics and Mathematics, Principal Investigator
Smidt's Institute of Physics of the Earth of Russian Academy of Sciences
123995, Moscow, D-242, Bol'shaya Gruzinskaya street, 10, Russia
Tel. (+7-495)2541082, (+7-903)1526060; e-mail: sh_mukhamediev@inbox.ru, shamil@ifz.ru

